■　$a^m(b^n-c^n)+b^m(c^n-a^n)+c^m(a^n-b^n)$ の因数分解

$P(m,\ n)=a^m(b^n-c^n)+b^m(c^n-a^n)+c^m(a^n-b^n)$ とおく。

$P(m,\ n)$ は $a,\ b,\ c$ について同次交代式であるから，最簡交代式 $(a-b)(b-c)(c-a)$ を因数にもつ。

いま，$-(a-b)(b-c)(c-a)=\mathrm{A}$ とおく。

また，$P(n,\ m)=-P(m,\ n)$，$P(n,\ n)=0$ である。

$P(2,\ 1)=\mathrm{A}$

$P(3,\ 1)=\mathrm{A}(a+b+c)$

$P(3,\ 2)=\mathrm{A}(ab+bc+ca)$

$P(4,\ 1)=\mathrm{A}(a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca)=(\Sigma a^2+\Sigma ab)$

$P(4,\ 2)=\mathrm{A}(a+b)(b+c)(c+a)$

$P(4,\ 3)=\mathrm{A}(\Sigma a^2b^2+\Sigma a^2bc)$

$P(5,\ 1)=\mathrm{A}(\Sigma a^3+\Sigma a^2b)$

$P(5,\ 2)=\mathrm{A}(\Sigma a^3b+\Sigma a^2b^2+2\Sigma a^2bc)$

$P(5,\ 3)=\mathrm{A}(\Sigma a^3b^2+\Sigma a^3bc+2\Sigma a^2b^2c)$

$P(5,\ 4)=\mathrm{A}(\Sigma a^3b^3+2\Sigma a^3b^2c+a^2b^2c^2)$

$P(6,\ 1)=\mathrm{A}(\Sigma a^4+\Sigma a^3b+\Sigma a^2b^2+\Sigma a^2bc)$

$P(6,\ 2)=\mathrm{A}(a+b)(b+c)(c+a)(a^2+b^2+c^2)$

$P(6,\ 3)=\mathrm{A}(a^2+ab+b^2)(b^2+bc+c^2)(c^2+ca+a^2)$

$P(6,\ 4)=\mathrm{A}(a+b)(b+c)(c+a)(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$

$P(6,\ 5)=\mathrm{A}(\Sigma a^4b^4+\Sigma a^4b^3c+\Sigma a^4b^2c^2)$

(2010/07/28)

(2021/11/6　時岡)