円に内接する四角形の諸値

円に内接する四角形 ABCD の対角線の交点を E とし，

AB＝ a ，BC＝ b ，CD＝ c ，DA＝ d とする。

四角形 ABCD の面積を S ，外接円をO (R)，

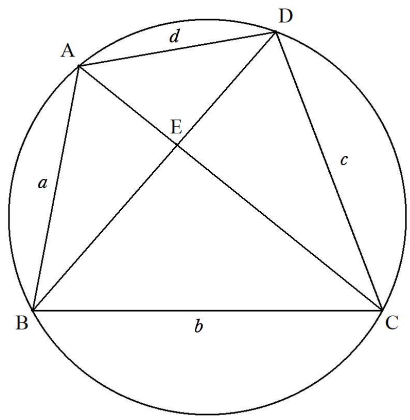
△EAB＝ S_1 ，△EAB の内接円，外接円をそれぞれ，$\mathrm{I}_1(r_1)$ ，$\mathrm{O}_1(R_1)$ ，

△EBC＝ S_2 ，△EBC の内接円，外接円をそれぞれ，$\mathrm{I}_2(r_2)$ ，$\mathrm{O}_2(R_2)$ ，

△ECD＝ S_3 ，△ECD の内接円，外接円をそれぞれ，$\mathrm{I}_3(r_3)$ ，$\mathrm{O}_3(R_3)$ ，

△EDA＝ S_4 ，△EDA の内接円，外接円をそれぞれ，$\mathrm{I}_4(r_4)$ ，$\mathrm{O}_4(R_4)$

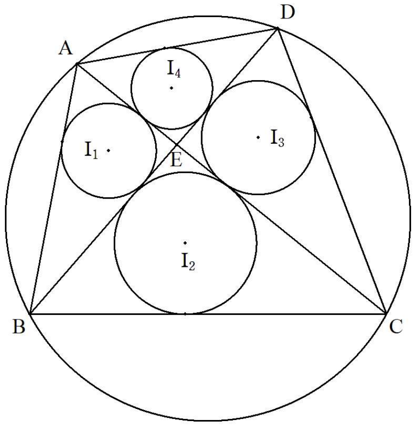
とする。



(1)　AE：BE：CE：DE＝ $da:ab:bc:cd$

(2)　$\cos A = -\cos C = \dfrac{a^2+d^2-b^2-c^2}{2(ad+bc)}$ ，$\cos B = -\cos D = \dfrac{a^2+b^2-c^2-d^2}{2(ab+cd)}$

$\sin A = \sin C = \dfrac{2S}{ad+bc}$ ，$\sin B = \sin D = \dfrac{2S}{ab+cd}$



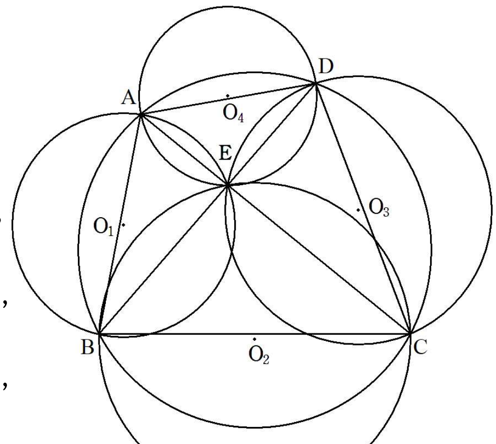
(3)　（対角線）AC＝ $\sqrt{\dfrac{(ad+bc)(ac+bd)}{ab+cd}}$ ，BD＝ $\sqrt{\dfrac{(ab+cd)(ac+bd)}{ad+bc}}$

(4)　AE＝ $ad\sqrt{\dfrac{ac+bd}{(ab+cd)(ad+bc)}}$ ，BE＝ $ab\sqrt{\dfrac{ac+bd}{(ab+cd)(ad+bc)}}$ ，

CE＝ $bc\sqrt{\dfrac{ac+bd}{(ab+cd)(ad+bc)}}$ ，　DE＝ $cd\sqrt{\dfrac{ac+bd}{(ab+cd)(ad+bc)}}$

(5)　$S = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$　（ $s = \dfrac{a+b+c+d}{2}$ ），

$R = \dfrac{\sqrt{(ab+cd)(ac+bd)(ad+bc)}}{4S}$



(6)　$S_1 = \dfrac{da^2b}{(ab+cd)(ad+bc)}S$，$S_2 = \dfrac{ab^2c}{(ab+cd)(ad+bc)}S$，

$S_3 = \dfrac{bc^2d}{(ab+cd)(ad+bc)}S$，$S_4 = \dfrac{cd^2a}{(ab+cd)(ad+bc)}S$

(7)　$r_1 = \dfrac{2dabS}{(ab+cd)(ad+bc)+(b+d)\sqrt{(ab+cd)(ac+bd)(ad+bc)}}$，

$r_2 = \dfrac{2abcS}{(ab+cd)(ad+bc)+(a+c)\sqrt{(ab+cd)(ac+bd)(ad+bc)}}$，

$r_3 = \dfrac{2bcdS}{(ab+cd)(ad+bc)+(b+d)\sqrt{(ab+cd)(ac+bd)(ad+bc)}}$，

$r_4 = \dfrac{2cdaS}{(ab+cd)(ad+bc)+(a+c)\sqrt{(ab+cd)(ac+bd)(ad+bc)}}$

(8)　$R_1 = \dfrac{a(ac+bd)}{4S}$，$R_2 = \dfrac{b(ac+bd)}{4S}$，$R_3 = \dfrac{c(ac+bd)}{4S}$，$R_4 = \dfrac{d(ac+bd)}{4S}$

（2021/7/16　時岡）