

【1】 $a = m^2 - n^2, b = 2mn, c = m^2 + n^2$ とおくと、 $a^2 + b^2 = c^2$ を満たすことが知られています。次の表を完成させましょう。ただし、 m, n は $m > n$ とし、互いに素で、一方が偶数で一方が奇数とします。

m	n	$m^2 - n^2 = a$	$2mn = b$	$m^2 + n^2 = c$
2	1	4-1=3	2×2=4	4+1=5
3	2	5	12	13
4	1	15	8	17
4	3	7	24	25
5	2	21	20	29
5	4	9	40	41
6	1	35	12	37
6	5	11	60	61
7	2	45	28	53
7	4	33	56	65
7	6	13	84	85
8	1	63	16	65
8	3	55	48	73
8	5	39	80	89
8	7	15	112	113
9	2	77	36	85
9	4	65	72	97
9	8	17	144	145
10	1	99	20	101
10	3	91	60	109
10	7	51	140	149
10	9	19	180	181
11	2	117	44	125
11	4	105	88	137

【2】三平方の定理 $a^2 + b^2 = c^2$ を満たす a, b, c の整数値の組をピタゴラス数といいます。また、ピタゴラス数を3辺とする三角形をピタゴラス三角形といいます。

3辺の長さが100未満であるような全てのピタゴラス三角形を求めてみよう。それには、斜辺の長さが100未満であるような三角形を見つければ十分です。

左の表を見ると、既約なピタゴラス三角形(a, b, c)は16個しかないと分かる。これらの中には、斜辺の長さが100未満となる範囲で、2倍、3倍、4倍、…と拡大できるものがある。

さて、それでは辺の長さが100未満となる全てのピタゴラス三角形を求めてみましょう。三角形の小さい2辺の入れ換えを考えないと、全部で50個あります。

$a^2 + b^2 = c^2 (c < 100)$ の表

a	b	c	a	b	c	a	b	c
3	4	5	54	72	90	21	20	29
6	8	10	57	76	95	42	40	58
9	12	15	5	12	13	63	60	87
12	16	20	10	24	26	9	40	41
15	20	25	15	36	39	18	80	82
18	24	30	20	48	52	35	12	37
21	28	35	25	60	65	70	24	74
24	32	40	30	72	78	11	60	61
27	36	45	35	84	91	45	28	53
30	40	50	15	8	17	33	56	65
33	44	55	30	16	34	13	84	85
36	48	60	45	24	51	63	16	65
39	52	65	60	32	68	55	48	73
42	56	70	75	40	85	39	80	89
45	60	75	7	24	25	77	36	85
48	64	80	14	48	50	65	72	97
51	68	85	21	72	75			