

【1】170 ます計算

1 行目に、0 から 9 までの 10 個の数字を 1 つずつ順不同に入れる。  
 2 行目に、1 桁の同じ数字をすべてのますに入れる。※「2」を入れた場合で以下計算  
 3 行目以降は、上の 2 行の数字を足した答を記入していく。ただし、答が 2 桁になった場合は、一の位だけ記入する。  
 最後の 17 行目の答はどうなるだろうか。

	1 列	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 行	3	5	2	1	0	8	7	4	9	6
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	5	7	4	3	2	0	9	6	1	8
4	7	9	6	5	4	2	1	8	3	0
5	2	6	0	8	6	2	0	4	4	8
6	9	5	6	3	0	4	1	2	7	8
7	1	1	6	1	6	6	1	6	1	6
8	0	6	2	4	6	0	2	8	8	4
9	1	7	8	5	2	6	3	4	9	0
10	1	3	0	9	8	6	5	2	7	4
11	2	0	8	4	0	2	8	6	6	4
12	3	3	8	3	8	8	3	8	3	8
13	5	3	6	7	8	0	1	4	9	2
14	8	6	4	0	6	8	4	2	2	0
15	3	9	0	7	4	8	5	6	1	2
16	1	5	4	7	0	6	9	8	3	2
17	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

※17 行目の答をみただけで、計算が正しいかどうかわかります。

【2】17 行目の答になる理由を考えてみよう。

まず、1 列目を考える。

1 列目の  $n$  行目に入る数字を  $a_{1,n}$  で表し、 $a_{1,1} = a$ 、 $a_{1,2} = b$  とおく。ただし、

$a \in \{0,1,2,\dots,9\}$ 、 $b \in \{1,2,\dots,9\}$  である。

$$a_{1,3} = a_{1,1} + a_{1,2} = a + b$$

$$a_{1,4} = a_{1,2} + a_{1,3} = b + (a + b) = a + 2b$$

$$a_{1,5} = a_{1,3} + a_{1,4} = (a + b) + (a + 2b) = 2a + 3b$$

$$a_{1,6} = a_{1,4} + a_{1,5} = (a + 2b) + (2a + 3b) = 3a + 5b$$

ここまで計算すると、 $a$  と  $b$  の係数はフィボナッチ数列になっていることが分かる。

行	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$a$ の係数	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610
$b$ の係数	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	987

よって 17 行目は、 $a_{1,17} = 610a + 987b = 7b \pmod{10}$

他の列も同様であるから、17 行目は同じ答え  $7b \pmod{10}$  となる。

(補足) 2 行目に記入する数字と 17 行目の答え一覧。

$b$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$7b \pmod{10}$	7	4	1	8	5	2	9	6	3