

循環小数 $0.a_1a_2\cdots a_m\dot{b}_1\dot{b}_2\cdots\dot{b}_n$ を分数で表せ。

いま、 $x = 0.a_1a_2\cdots a_m\dot{b}_1\dot{b}_2\cdots\dot{b}_n = a_1a_2\cdots a_mb_1b_2\cdots b_nb_1b_2\cdots b_n\cdots$ とおく。

$$10^{m+n}x = a_1a_2\cdots a_mb_1b_2\cdots b_nb_1b_2\cdots b_n\cdots \quad ①$$

$$10^mx = a_1a_2\cdots a_m.b_1b_2\cdots b_n\cdots \quad ②$$

①－②を計算すると、少数部分が相殺され

$$10^m(10^n - 1)x = a_1a_2\cdots a_mb_1b_2\cdots b_n - a_1a_2\cdots a_m$$

ここで $10^n - 1$ は 9 が n 個並んだ数になるので

$$x = \frac{a_1a_2\cdots a_mb_1b_2\cdots b_n - a_1a_2\cdots a_m}{10^m(10^n - 1)} = \frac{a_1a_2\cdots a_mb_1b_2\cdots b_n - a_1a_2\cdots a_m}{99\cdots 900\cdots 0}$$

$$0.a_1a_2\cdots a_m\dot{b}_1\dot{b}_2\cdots\dot{b}_n = \frac{a_1a_2\cdots a_mb_1b_2\cdots b_n - a_1a_2\cdots a_m}{99\cdots 900\cdots 0}$$

(分母は 9 が n 個, 0 が m 個並んだ数)

(例 1)

$$① \quad 0.\dot{1}234\dot{5} = \frac{12345}{99999} = \frac{4115}{33333}$$

$$② \quad 0.1\dot{2}34\dot{5} = \frac{12345 - 1}{99990} = \frac{12344}{99990} = \frac{6172}{49995}$$

$$③ \quad 0.12\dot{3}4\dot{5} = \frac{12345 - 12}{99900} = \frac{12333}{99900}$$

$$④ \quad 0.123\dot{4}\dot{5} = \frac{12345 - 123}{99000} = \frac{12222}{99000} = \frac{679}{5500}$$

$$⑤ \quad 0.1234\dot{5} = \frac{12345 - 1234}{90000} = \frac{11111}{90000}$$

(例 2)

$$0.\dot{4}\dot{5} \times 0.6\dot{7} = \frac{45}{99} \times \frac{67 - 6}{90} = \frac{45}{99} \times \frac{61}{90} = \frac{5}{99} \times \frac{61}{10} = \frac{305}{990} = \frac{308 - 3}{990} = 0.3\dot{0}\dot{8}$$

(注意) 約分は、分母が $99\cdots 900\cdots 0$ の形になるようにする。

(2011/6/1 時岡)