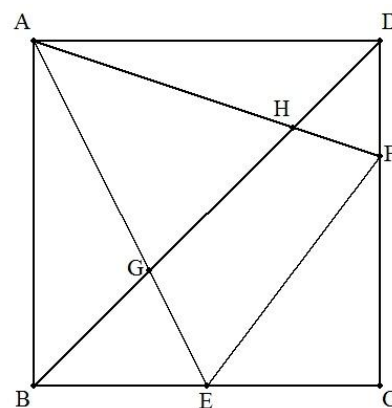


正方形 ABCD の辺 BC, CD 上にそれぞれ点 E, F を  $\angle EAF = 45^\circ$  となるようにとり, AE, AF と BD との交点をそれぞれ G, H とする。  
対角線 BD は  $\triangle AEF$  の面積を二等分する。



(証明)

$\angle GAF = \angle GDF = 45^\circ$  であるから, 4 点 A, G, F, D は同一円周上の点である。

$\triangle GFA$  において,  $\angle GFA = \angle GDA$  (AG を弧とする円周角)  $= 45^\circ = \angle GAF$  であるから直角二等辺三角形となる。 $\therefore AG : AF = 1 : \sqrt{2} \dots \textcircled{1}$

$\triangle AHG$  と  $\triangle AEF$  において

$\angle HAG = \angle EAF$  (共通),  $\angle AGH = \angle AFD$  (AD を弧とする円周角)  $= \angle AFE$

よって, 2 組の角がそれぞれ等しいので,  $\triangle AHG \sim \triangle AEF$

相似比は $\textcircled{1}$ より,  $1 : \sqrt{2}$  であるから, 面積比は  $1 : 2$  となる。

よって,  $\triangle AHG = \frac{1}{2} \triangle AEF$  であるから, 対角線 BD は  $\triangle AEF$  の面積を二等分する。(終証)