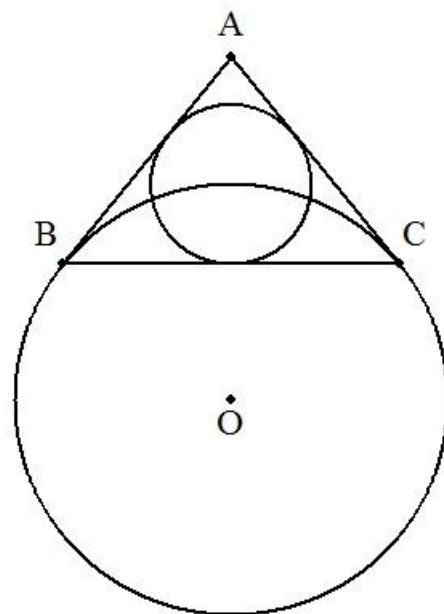


点 A から円 O に接線 AB, AC を引く。このとき、三角形 ABC の内接円の中心は円 O の周上にあることを証明せよ。



(証明)

図のように、AB, AC 上にそれぞれ点 D, E を、 $DE \parallel BC$ かつ DE が円 O と接するようにとり、DE と円 O の接点を I とする。

DE $\parallel$ BC であるから、 $\angle DIB = \angle IBC$ (錯角) $\cdots$ ①

また、 $DB = DI$ より、 $\angle DBI = \angle DIB$ (二等辺三角形の底角) $\cdots$ ②

①, ②より、 $\angle DBI = \angle IBC$ となるので

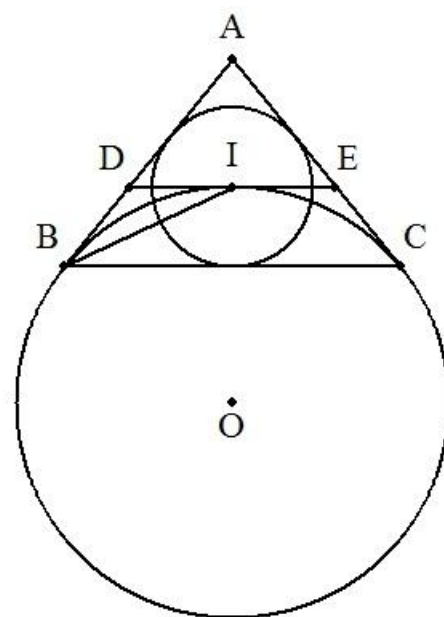
BI は $\angle ABC$ の 2 等分線となる。 $\cdots$ ③

三角形 ABC は $AB = AC$ の二等辺三角形であるから

同様に CI も $\angle ACB$ の 2 等分線となる。 $\cdots$ ④

③, ④より I は三角形 ABC の内心となる。

よって、三角形 ABC の内接円の中心 I は円 O の周上にある。



(終証)

(2012/10/1 時岡)