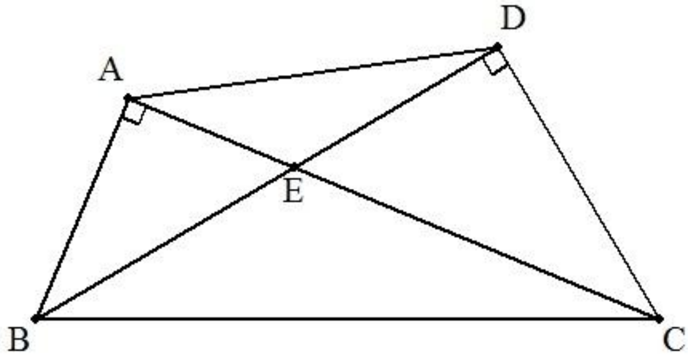
AB=25，BC=65，CD=33の四角形ABCDの対角線の交点をEとする。
∠BAC＝∠BDC＝90°のとき，AEの長さを求めよ。



（解）直角三角形ABC，DBCに三平方の定理を適用すると，

$AC^2＝BC^2－BA^2＝65^2－25^2＝60^2$

AC＞0より　AC＝60

$BD^2＝BC^2－CD^2＝65^2－33^2＝56^2$

BD＞0より　BD＝56

∠BAC＝∠BDCであるから，四角形ABCDは円に内接するので，トレミーの定理より

AD・BC＋AB・DC＝AC・BD

AD・65＋25・33＝60・56

∴　AD＝39

△AED∽△BECより　AE : BE＝AD : BC＝39 : 65＝3 : 5･･･①

△AEB∽△DECより　BE : CE＝AB : DC＝25 : 33･･･②

①，②より　AE : CE＝15 : 33＝5 : 11

よって　AE＝$\dfrac{AE}{AE+CE}\times AC=\dfrac{5}{5+11}\times 60=\dfrac{75}{4}$･･･（答）

（補足）AB=a，BC=b，CD=cのとき，

AD=$\dfrac{\sqrt{(b^2-a^2)(b^2-c^2)}-ac}{b}$

AE＝$\dfrac{a\left\{\sqrt{(b^2-a^2)(b^2-c^2)}-ac\right\}}{a\sqrt{b^2-c^2}+c\sqrt{b^2-a^2}}$

BE＝$\dfrac{ab^2\left\{\sqrt{(b^2-a^2)(b^2-c^2)}-ac\right\}}{\sqrt{(b^2-a^2)(b^2-c^2)}\left(a\sqrt{b^2-c^2}+c\sqrt{b^2-a^2}\right)}$

CE＝$\dfrac{b^2c\left\{\sqrt{(b^2-a^2)(b^2-c^2)}-ac\right\}}{\sqrt{(b^2-a^2)(b^2-c^2)}\left(a\sqrt{b^2-c^2}+c\sqrt{b^2-a^2}\right)}$

DE＝$\dfrac{c\left\{\sqrt{(b^2-a^2)(b^2-c^2)}-ac\right\}}{a\sqrt{b^2-c^2}+c\sqrt{b^2-a^2}}$

（2012/3/13　時岡）