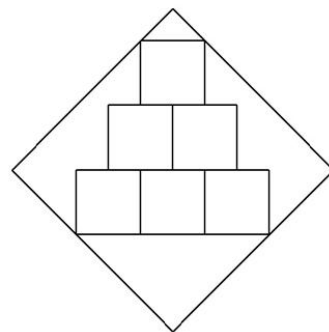


一辺 a の正方形の中に合同な正方形を図のように n 段内接させる（図は 3 段）。
 合同な正方形の一辺の長さを求めよ。



（解）求める正方形の 1 辺の長さを x とおく。

右の図で、 $AB = \sqrt{2}a$

また、

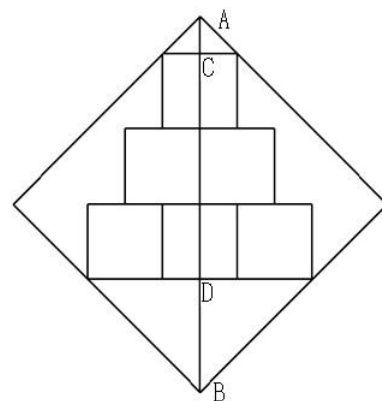
$$AB = AC + CD + DB$$

$$= \frac{1}{2}x + nx + \frac{n}{2}x = \frac{1}{2}(3n+1)x$$

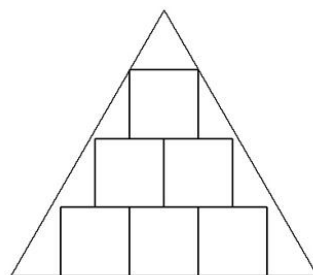
であるから

$$\frac{1}{2}(3n+1)x = \sqrt{2}a$$

$$\therefore x = \frac{2\sqrt{2}}{3n+1}a \cdots (\text{答})$$



一辺 a の正三角形の中に合同な正方形を図のように n 段内接させる（図は 3 段）。
 合同な正方形の一辺の長さを求めよ。



（解）求める正方形の 1 辺の長さを x とおく。

右の図で、 $AB = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

また、

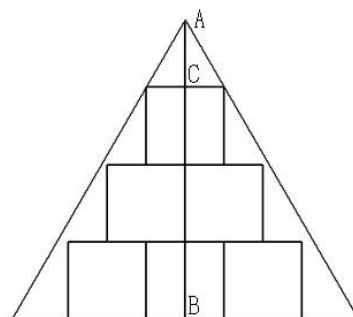
$$AB = AC + CB$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}x + nx = \frac{1}{2}(2n + \sqrt{3})x$$

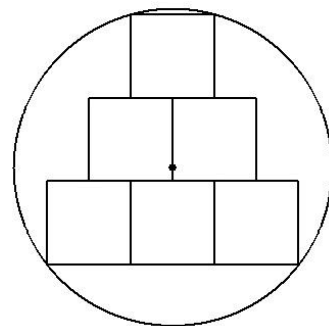
であるから

$$\frac{1}{2}(2n + \sqrt{3})x = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{3}}{2n + \sqrt{3}}a \cdots (\text{答})$$



半径 r の円の中に合同な正方形を図のように n 段内接させる (図は 3 段)。
 合同な正方形の一辺の長さを求めよ。



(解) 求める正方形の 1 辺の長さを x とおく。

右の図で, $OA=OC=r$ である。

直角三角形 OAB と OCD に三平方の定理を適用すると

$$r^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + OB^2 \dots \textcircled{1}$$

$$r^2 = \left(\frac{n}{2}x\right)^2 + (nx - OB)^2 \dots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$\left(\frac{1}{2}x\right)^2 + OB^2 = \left(\frac{n}{2}x\right)^2 + (nx - OB)^2$$

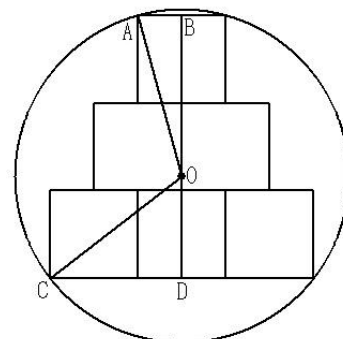
$$\therefore OB = \frac{5n^2 - 1}{8n}x$$

これを①に代入して

$$r^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + \left(\frac{5n^2 - 1}{8n}x\right)^2 = \frac{25n^4 + 6n^2 + 1}{(8n)^2}x^2 = \frac{(5n^2 + 2n + 1)(5n^2 - 2n + 1)}{(8n)^2}x^2$$

$x > 0$ より

$$x = \frac{8nr}{\sqrt{(5n^2 + 2n + 1)(5n^2 - 2n + 1)}} \dots (\text{答})$$



(2012/3/16 時岡)