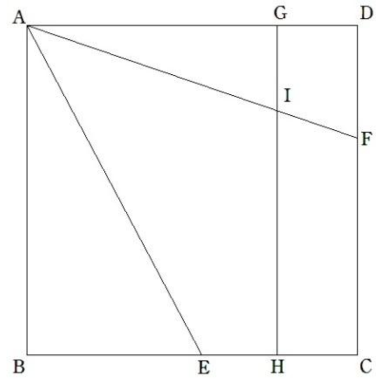
四角形ABCDは1辺$a+2b$の正方形である。（$a>0, b>0$）
BC上に2点E，FをBE＝a，EH＝bとなるようにとり，AD上に点GをDG＝bとなるようにとり，GH上に点IをGI＝bとなるようにとり，AIの延長とDCの交点をFとする。
このとき，次の問いに答えよ。
(1) ∠EAFを求めよ。
(2) DFを求め，BE：EC＝CF：2FDを証明せよ。



（解答）

(1)　△AIGと△IEHは共に直角三角形で，
直角をはさむ2辺が　IG＝EH＝b，AG＝IH＝$a+b$
従って　二辺夾角相等より　△AIG≡△IEH
よって　AI＝IE　…①
∠HIE＝∠GAI　…②
∠AIE＝180°－（∠AIG＋∠HIE）
＝180°－（∠AIG＋∠GAI）（②より）
＝180°－（180°－90°）＝90°　…③
①，③より△IAEは直角二等辺三角形
よって　∠EAF＝∠EAI＝45°　答

(2)　△AFD∽△AIGであるから　$\dfrac{DF}{AD}=\dfrac{GI}{AG}$

$\dfrac{DF}{a+2b}=\dfrac{b}{a+b}$ より　$DF=\dfrac{b(a+2b)}{a+b}$　答

$CF=CD-DF=a+2b-\dfrac{b(a+2b)}{a+b}=(a+2b)\left(1-\dfrac{b}{a+b}\right)$

$=\dfrac{a(a+2b)}{a+b}$

∴　CF:2FD$=\dfrac{a(a+2b)}{a+b}:\dfrac{2b(a+2b)}{a+b}=a:2b$　…④
また　$BE=a$，$EC=2b$であるから
∴　BE:EC$=a:2b$　…⑤
④，⑤より　BE:EC＝CF:2FD が成り立つ。終