

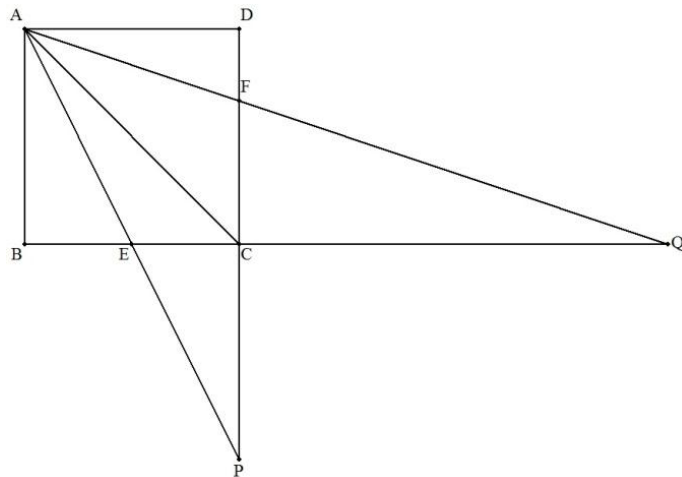
BE : CE = CF : 2DF $\Rightarrow$ $\angle EAF = 45^\circ$ の証明

(証明)

条件 BE : CE = CF : 2DF より $2BE \cdot DF = CE \cdot CF$

$$\frac{CE}{BE} \cdot \frac{CF}{DF} = 2 \dots \textcircled{1}$$

AE, DC の交点を P, AF, BC の交点を Q とする。



$$CP \parallel AB \text{ より } \frac{CP}{BA} = \frac{CE}{BE} \dots \textcircled{2}$$

$$CQ \parallel AD \text{ より } \frac{CQ}{DA} = \frac{CF}{DF} \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ より } \frac{CP}{BA} \cdot \frac{CQ}{DA} = \frac{CE}{BE} \cdot \frac{CF}{DF} = 2 \quad (\textcircled{1} \text{ より})$$

$$\text{ゆえに } CP \cdot CQ = 2BA \cdot DA = 2BA^2 = AC^2$$

$$\text{よって } CP : AC = AC : CQ \dots \textcircled{4}$$

$$\text{また, } \angle PCA = \angle ACQ = 135^\circ \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ より } \triangle CAP \sim \triangle CQA$$

$$\text{ゆえに } \angle CAP = \angle CQA$$

$$\text{よって } \angle EAF = \angle CAP + \angle CAQ = \angle CQA + \angle CAQ = \angle ACB = 45^\circ$$

(終証)