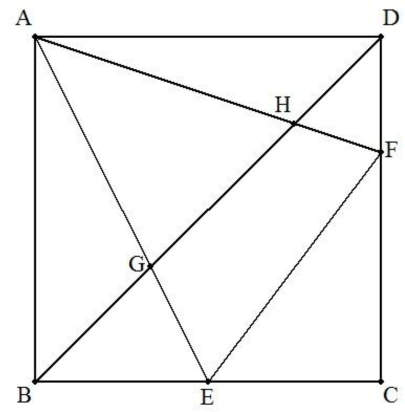
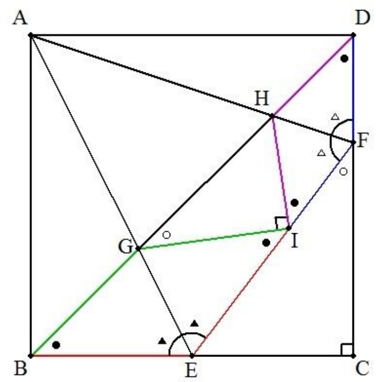
正方形ABCDの辺BC，CD上にそれぞれ点E，Fを∠EAF＝45°となるようにとり，AE，AFとBDとの交点をそれぞれG，Hとすれば，BG：GH：HD＝CF：FE：ECであることを証明せよ。



（証明）



BE＋DF＝EF，∠AEB＝∠AEF，∠AFD＝∠AFEである。
線分EF上に点Iを，EI＝EBとなるようにとると，FI＝FDである。
したがって，△EIG≡△EBG，△FIH＝△FDH
よって，
GI＝GB･･･①，∠EIG＝∠EBG＝45°
HI＝HD･･･②，∠FIH＝FDH＝45°
であるから
∠GIH＝∠EIF－（∠EIG＋∠FIH）＝180°－（45°＋45°）＝90°
よって，∠GIH＝∠FCE･･･③
四角形DGIFにおいて，∠FDG＝∠GIE＝45°より四角形DGIFは円に内接する。
よって，∠HGI＝∠EFC･･･④
△GHIと△FECにおいて，③，④より2組の角がそれぞれ等しいので，△GHI∽△FEC
①，②より
BG：GH：HD＝IG：GH：HI＝CF：FE：EC

（終証）