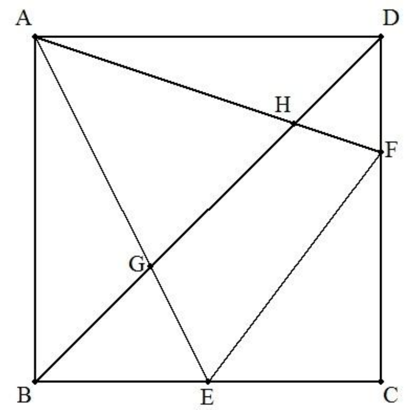
正方形ABCDの辺BC，CD上にそれぞれ点E，Fを∠EAF＝45°となるようにとり，AE，AFとBDとの交点をそれぞれG，Hとすれば，$BG^2+HD^2=GH^2$であることを証明せよ。



（証明1）

BE＋DF＝EF，∠AEB＝∠AEF，∠AFD＝∠AFEである。

線分EF上に点Iを，EI＝EBとなるようにとると，FI＝FDである。

したがって，△EIG≡△EBG，△FIH＝△FDH

よって，

GI＝GB･･･①，∠EIG＝∠EBG＝45°

HI＝HD･･･②，∠FIH＝FDH＝45°

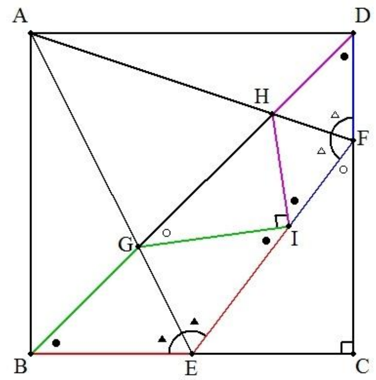
であるから

∠GIH＝∠EIF－（∠EIG＋∠FIH）＝180°－（45°＋45°）＝90°

よって，△GIHは直角三角形であるから，

$GI^2+HI^2=GH^2$

①　②より$BG^2+HD^2=GH^2$が成立する。



（証明2）

△FECは直角三角形であるから，$EC^2+CF^2=EF^2$

A118(2)の結果より，

BG：GH：HD＝CF：FE：ECであるから，

$BG^2+HD^2=GH^2$が成立する。

（終証）