

(証明)

[1] $\triangle DBF$ と $\triangle ABC$ において

$$DB=AB \text{ (仮定)} \cdots \textcircled{1}$$

$$DF=AC \text{ (仮定)} \cdots \textcircled{2}$$

次に、 $\angle DAF=\angle DFA=\angle EFA=\alpha$ とおく。

$$\angle FDB=\angle ADB-\angle ADF$$

$$=60^\circ - (180^\circ - 2\alpha)$$

$$=2(\alpha - 60^\circ) \cdots \textcircled{4}$$

$$\angle CAB=2\angle FAB$$

$$=2(\angle FAD-\angle BAD)$$

$$=2(\alpha - 60^\circ) \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{より } \angle FDB=\angle CAB \cdots \textcircled{5}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{5}$ より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle DBF \equiv \triangle ABC$

$$\text{よって } FB=BC \cdots \textcircled{6}$$

[2] $\triangle ABC$ と $\triangle EFC$ において

[1]と同様に、 $\triangle ABC \equiv \triangle EFC$ となる。

$$\text{よって } BC=FC \cdots \textcircled{7}$$

したがって、 $\textcircled{6}, \textcircled{7}$ より $\triangle FBC$ は 3 辺が等しい三角形であるから、正三角形である。(終証)

