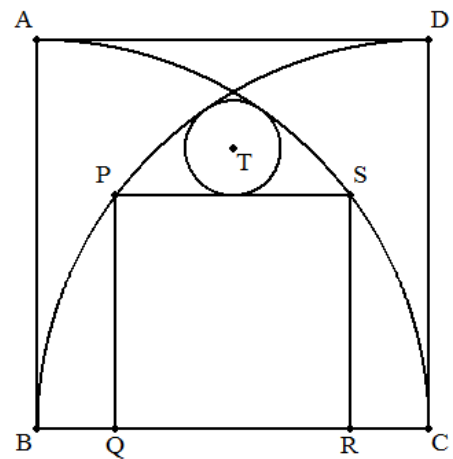


A209

1 辺 a の正方形 ABCD の頂点 B, C を中心とし、半径 a の円を正方形内に描き、その各弧上に点 P, S をもち、かつ、BC 上に 2 点 Q, R をもつ正方形 PQRS を描く。このとき、PS に接し、かつ 2 つの弧に内接する円 T の半径を a を用いて表せ。



(解) 正方形 PQRS の 1 辺を x とする。

$$\triangle SBR \text{ から } BR^2 + x^2 = a^2$$

$$BR = BQ + QR = \frac{a-x}{2} + x = \frac{x+a}{2} \text{ であるから}$$

$$\left(\frac{x+a}{2}\right)^2 + x^2 = a^2$$

$$x > 0 \text{ より } \therefore x = \frac{3}{5}a \cdots \textcircled{1}$$

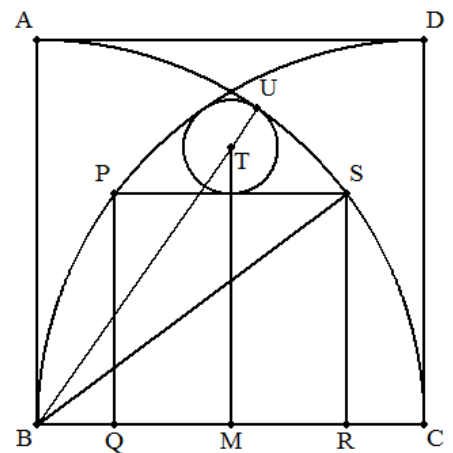
次に、円 T の半径を t 、BC の中点を M とすれば、 $\triangle TBM$ において

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (x+t)^2 = (a-t)^2$$

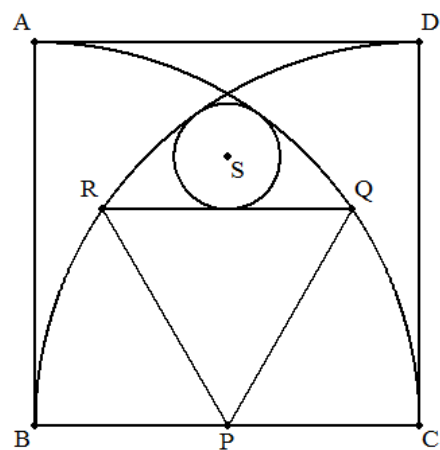
これに①を代入して、 t について解くと

$$t = \frac{39}{320}a \cdots (\text{答})$$

$$(t \doteq 0.121875a)$$



1 辺 a の正方形 ABCD の頂点 B, C を中心とし、半径 a の円を正方形内に描き、その各弧上に点 Q, R をもち、かつ、BC の中点 P をもつ正三角形 PQR を描く。このとき、QR に接し、かつ 2 つの弧に内接する円 S の半径を a を用いて表せ。



(解) Q から BC に下ろした垂線の足を T, 正三角形の 1 辺を x とすると,

$$QT = \frac{\sqrt{3}}{2}x, PT = \frac{x}{2}$$

$$\triangle QBT \text{ から } \left(\frac{a+x}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2 = a^2$$

$$x > 0 \text{ より } \therefore x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{4}a \cdots \textcircled{1}$$

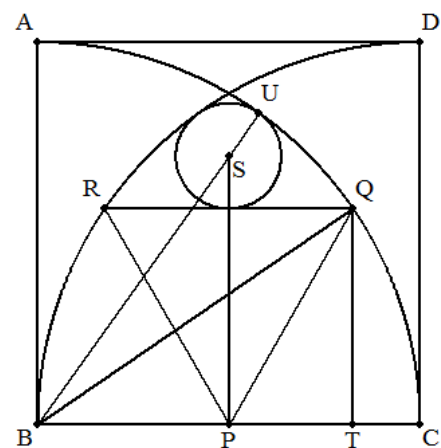
次に、円 S の半径を s とすれば、 $\triangle SBP$ から

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x + s\right)^2 = (a-s)^2$$

これに①を代入して、 s について解くと

$$s = \frac{3(1 + \sqrt{13})}{8(8 - \sqrt{3} + \sqrt{39})}a = \frac{3}{16}(-56 - 33\sqrt{3} + 16\sqrt{13} + 9\sqrt{39})a \cdots (\text{答})$$

$$(s \doteq 0.138024a)$$



(2014/2/10 時岡)