

文字 a, b, c がそれぞれ n 個ずつ合計 3n 個ある。

次の場合に、同じ文字が隣り合わないように 1 列に並べる順列の総数を求めよ。

(1) $n=2$ のとき

(2) $n=3$ のとき

(3) $n=4$ のとき

(解) (1) 横一列に並べるとき、左端に来るのは、a, b, c のいずれかである。

a から並べ始める場合の数を求め、3 倍すればよい。

1	2	3	4	5	6	残りの b, c の入れ方
a		a	*		*	2 通り
a	*		a	*		$2 \times 2 = 4$ 通り
a	*		*	a		2 通り
a	*		*		a	2 通り

合計 10 通り

よって $10 \times 3 = 30$ (通り) … (答)

(2) 横一列に並べるとき、左端に来るのは、a, b, c のいずれかである。

a から並べ始める場合の数を求め、3 倍すればよい。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	残りの b, c の入れ方のパターン
a	*	a		a	*		*		①
a		a	*		a	*		*	②
a		a	*		*	a	*		②
a	*	a	*		*		a		①
a		a	*		*		*	a	④
a	*		a		a	*		*	②
a	*		a	*		a	*		③
a	*		a	*		*	a		②
a	*		a	*		*		a	⑤
a	*		*	a		a	*		②
a	*		*	a	*		a		②
a	*		*	a		*		a	⑥
a	*		*		a	*	a		①
a	*		*		a	*		a	⑤
a	*		*		*	a		a	④

b, c の並べる場所のパターンは次の 6 通りある。

① のパターン: (1, 1, 4) 4 (通り) $\times 3 = 12$ (通り)

② のパターン: (1, 2, 3) 4 (通り) $\times 6 = 24$ (通り)

③ のパターン: (2, 2, 2) 8 (通り) $\times 1 = 8$ (通り)

④ のパターン: (1, 5) 2 (通り) $\times 2 = 4$ (通り)

⑤ のパターン: (2, 4) 4 (通り) $\times 2 = 8$ (通り)

⑥ のパターン: (3, 3) 2 (通り) $\times 1 = 2$ (通り) 合計 58 (通り)

よって 58 (通り) $\times 3 = 174$ (通り) … (答)

(3) 横一列に並べるとき、左端に来るのは、a, b, c のいずれかである。

a から並べ始める場合の数を求め、3 倍すればよい。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	残りのb,cの入れ方のパターン
a		a		a		a						①
a		a		a			a					②
a		a		a				a				③
a		a		a					a			②
a		a		a						a		①
a		a		a							a	⑥
a		a			a		a					②
a		a			a			a				④
a		a			a				a			④
a		a			a					a		②
a		a			a						a	⑦
a		a				a		a				③
a		a				a			a			④
a		a				a				a		③
a		a				a					a	⑧
a		a					a		a			②
a		a					a			a		②
a		a					a				a	⑧
a		a						a		a		①
a		a						a			a	⑦
a		a							a		a	⑥
a			a		a		a					②
a			a		a			a				④
a			a		a				a			④
a			a		a					a		②
a			a		a						a	⑦
a			a			a		a				④
a			a			a			a			⑤
a			a			a				a		④
a			a			a					a	⑩
a			a				a		a			④
a			a				a			a		④
a			a				a				a	⑩
a			a					a		a		②
a			a					a			a	⑨
a			a						a		a	⑦
a				a		a		a				③
a				a		a			a			④
a				a		a				a		③
a				a		a					a	⑧
a				a			a		a			④
a				a			a			a		④
a				a			a				a	⑩
a				a				a		a		③
a				a				a			a	⑩
a				a					a		a	⑧
a					a		a		a			②
a					a		a			a		②
a					a			a			a	⑧
a					a				a			②
a					a			a			a	⑨

a					a				a		a	⑧
a					a		a		a			①
a					a		a			a		⑦
a					a			a		a		⑦
a						a		a		a		⑦

b, c の並べる場所のパターンは次の 10 通りある。

- ① のパターン：(1, 1, 1, 5) 6 (通り) $\times 4 = 24$ (通り)
 ② のパターン：(1, 1, 2, 4) 8 (通り) $\times 12 = 96$ (通り)
 ③ のパターン：(1, 1, 3, 3) 6 (通り) $\times 6 = 36$ (通り)
 ④ のパターン：(1, 2, 2, 3) 8 (通り) $\times 12 = 96$ (通り)
 ⑤ のパターン：(2, 2, 2, 2) 16 (通り) $\times 1 = 16$ (通り)
 ⑥ のパターン：(1, 1, 6) 4 (通り) $\times 3 = 12$ (通り)
 ⑦ のパターン：(1, 2, 5) 4 (通り) $\times 6 = 24$ (通り)
 ⑧ のパターン：(1, 3, 4) 4 (通り) $\times 6 = 24$ (通り)
 ⑨ のパターン：(2, 2, 4) 8 (通り) $\times 2 = 16$ (通り)
 ⑩ のパターン：(2, 3, 3) 4 (通り) $\times 4 = 16$ (通り) 合計 360 (通り)
 よって $360 \text{ (通り)} \times 3 = 1080 \text{ (通り)} \cdots$ (答)

(2014/8/13 時岡)