

A360

四角形 ABCD において、

$$\angle ABD = 30^\circ$$

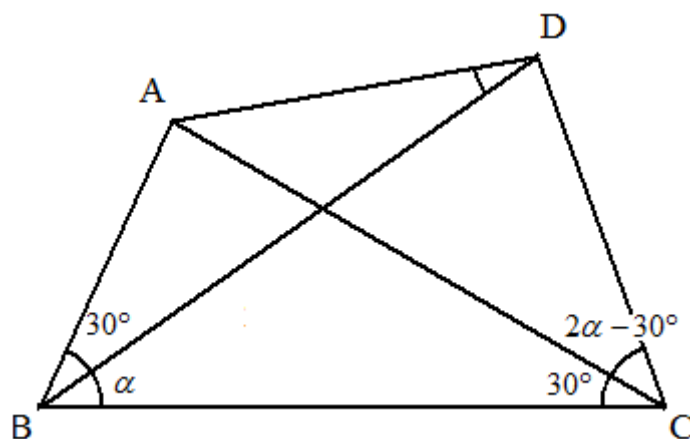
$$\angle DBC = \alpha$$

$$\angle ACB = 30^\circ$$

$$\angle DCA = 2\alpha - 30^\circ$$

のとき、 $\angle ADB$ を求めよ。

ただし、 $15^\circ < \alpha < 45^\circ$ とする。



(解) 円 E の周上の点 D を中心に半径 DE の円を描き、図のように円 E との交点の一方を A とする。

$\triangle AED$ は正三角形となる。

円 D の周上に点 C を、線分 DE に関して点 A の反対側に $\angle DEC = 2\alpha$ となるようにとる。

CE を延長し、円 E との交点を B とする。

このとき、

$$\angle ABD = \frac{1}{2} \angle AED = 30^\circ \quad (\text{円周角と中心角})$$

$$\angle DBE = \frac{1}{2} \angle DEC = \alpha \quad (\text{二等辺三角形の内角と外角})$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle ADE = 30^\circ \quad (\text{円周角と中心角})$$

$$\angle DCA = \angle DEC - \angle ACE = 2\alpha - 30^\circ$$

となり、問題の図と一致する。

よって、円周角と中心角の関係から

$$\angle ADB = \frac{1}{2} \angle AED = \frac{1}{2} \{180^\circ - (60^\circ + 2\alpha)\} = 60^\circ - \alpha \cdots (\text{答})$$

(補足 1)

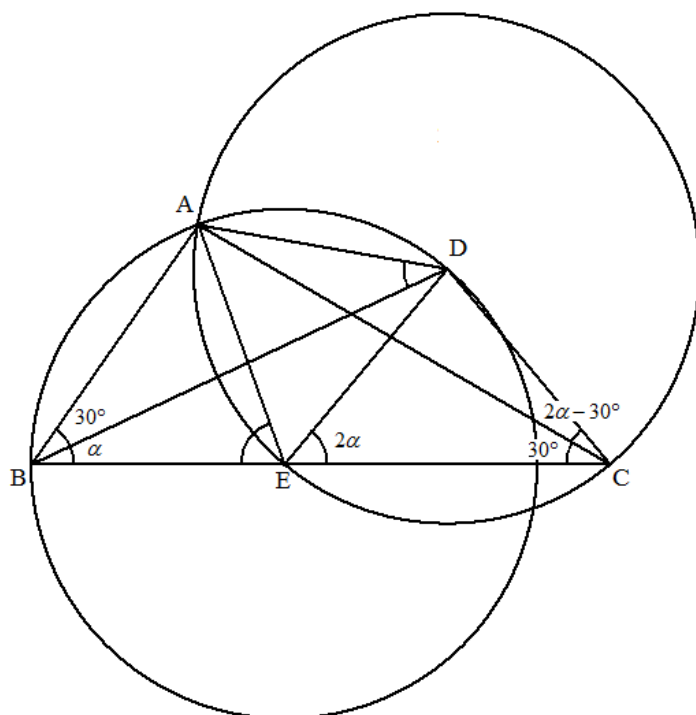
$\triangle DAC$ が作れるために、 $2\alpha - 30^\circ > 0$

$\triangle DEC$ が二等辺三角形になるために、底角 $2\alpha < 90^\circ$

よって、 $15^\circ < \alpha < 45^\circ$ の条件が必要となる。

(補足 2)

問題の図では $\alpha = 35^\circ$ を想定し、解答の図では $\alpha = 25^\circ$ を想定して描いている。



(2017/2/22 時岡)