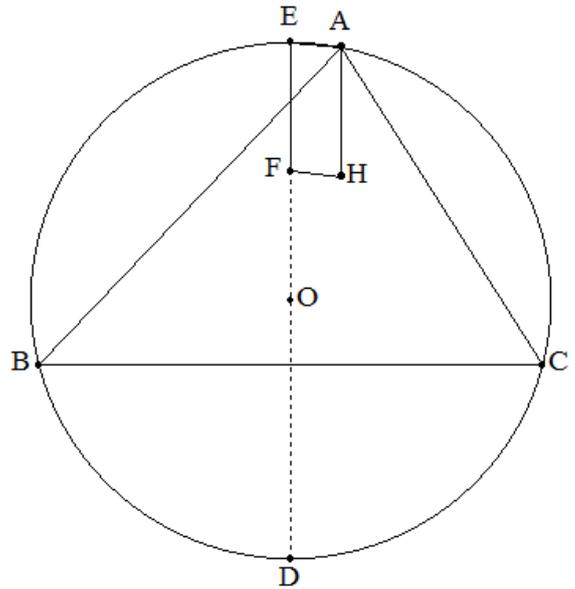


△ABC の外心、垂心をそれぞれ O, H とする。
 弧 BC の中点をそれぞれ D, E (D は A の反対側) とし、
 BC に関する点 D の対称点を F とする。
 このとき、四角形 AEFH は平行四辺形になることを証明
 せよ。



(証明) BC の中点を M とする。

$$EF = ED - FD = 2OD - 2MD = 2(OD - MD) = 2OM \dots \textcircled{1}$$

AO の延長と円との交点を G とする。

四角形 HBGC について

$BH \perp AC, GC \perp AC$ より $BH \parallel GC$

同様に, $CH \parallel GB$

従って, 四角形 HBGC は平行四辺形となるから, M は GH
 の中点である。

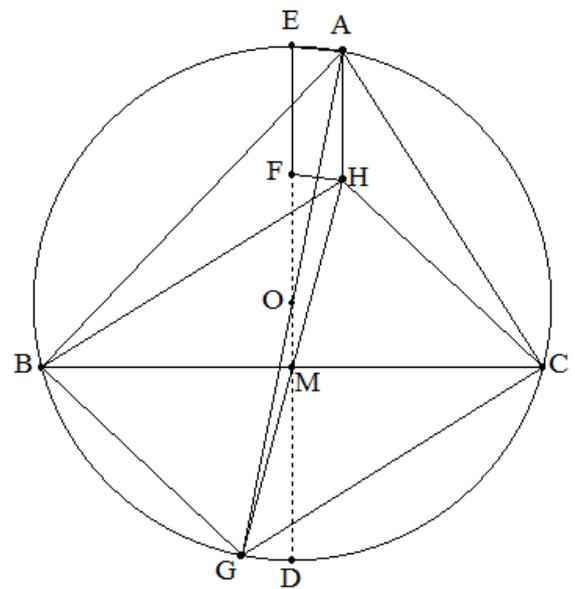
また, O は GA の中点であるから

$$\triangle GHA \text{ について中点連結定理より } AH = 2OM \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より } EF = AH \dots \textcircled{3}$$

また, $EF \perp BC, AH \perp BC$ より $EF \parallel AH \dots \textcircled{4}$

③, ④より, 四角形 AEFH は平行四辺形である。 ■



(2018/7/26 時岡)