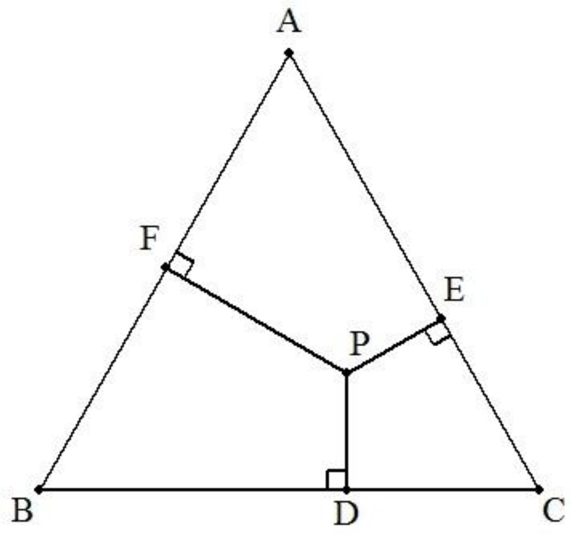
1辺の長さがaである正三角形ABC内の点Pから3辺BC, CA, ABに下ろした垂線の足を順にD, E, Fとする。 AF＝p, BD＝qとおくとき，次の問に答えよ。 ⑴　CE, AEの長さを求めよ。 ⑵　AP, BP, CPの長さを求めよ。 ⑶　DE, EF, FDの長さを求めよ。 ⑷　△DEFの面積を求めよ。 ⑸　△DEFの内接円の半径を求めよ。	

（解）

⑴ CE＝$\dfrac{3a-2(p+q)}{2}$,

AE＝$\dfrac{2(p+q)-a}{2}$

⑵ AP＝$\dfrac{\sqrt{a^2-2a(p+2q)+4(p^2+pq+q^2)}}{\sqrt{3}}$,

BP＝$\dfrac{2\sqrt{a^2-2a(2p+q)+p^2+pq+q^2}}{\sqrt{3}}$,

CP＝$\dfrac{\sqrt{7a^2-2a(4p+5q)+4(p^2+pq+q^2)}}{\sqrt{3}}$

⑶ DE＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$CP＝$\dfrac{\sqrt{7a^2-2a(4p+5q)+4(p^2+pq+q^2)}}{2}$,

EF＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$AP＝$\dfrac{\sqrt{a^2-2a(p+2q)+4(p^2+pq+q^2)}}{2}$,

FD＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$BP＝$\sqrt{a^2-2a(2p+q)+p^2+pq+q^2}$

⑷ △DEF＝$\dfrac{\sqrt{3}}{8}\left|a^2-3a(p+q)+2(p^2+pq+q^2)\right|$

⑸ △DEFの内接円の半径

$$\frac{\sqrt{3}\left|a^2-3a(p+q)+2(p^2+pq+q^2)\right|}{2\left\{\sqrt{7a^2-2a(4p+5q)+4(p^2+pq+q^2)}+\sqrt{a^2-2a(p+2q)+4(p^2+pq+q^2)}+2\sqrt{a^2-2a(2p+q)+p^2+pq+q^2}\right\}}$$

（2013/2/14　時岡）