# 趣味の数学問題集・B 問題の答

201　(1)　$\frac{\pi}{4}$　　(2)　$\frac{\pi}{4}$

202　$n^3$

203　$r=\frac{5}{2a}$

204　$r=\frac{a(a^2+b^2)}{b\sqrt{3a^2+b^2}}$

205　$r=\frac{a(b^2-a^2)}{b\sqrt{3a^2-b^2}}$

206　$\triangle I_1I_2I_3=\frac{abc\sqrt{s}}{2\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)}}=\frac{abcs}{2S}=\frac{2R}{r}S$

（$s=\frac{a+b+c}{2}$，$S=\triangle ABC$，$r$：内接円の半径，$R$：外接円の半径）

207　$\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{9+6\sqrt{3}}}{3}$　（≒ 1.4678898）

208　$\frac{-3+\sqrt{3}+\sqrt{-60+42\sqrt{3}}}{24}$　（≒ 0.095926）

209　(1)　$-(1+\sqrt{2})\vec{a}-\vec{b}$　　(2)　$\frac{4}{3}$

210　$\triangle ABC=\frac{pq(p^2+6pq+q^2)}{(p+q)^2}$

211　$\triangle ABC=\frac{pq\{(n-1)\sqrt{p^2+6pq+q^2}-(n-2)(p+q)\}^2}{(p+q)^2}$

212　$\frac{55\sqrt{3}}{7}$

213　(1)　5:8　　(2)　7:13　　(3)　35:65:55:26　　(4)　$\frac{9\sqrt{6919}}{2\sqrt{17290}}$

(5)　$AB=\frac{\sqrt{17290}}{26}$，$BC=\frac{\sqrt{17290}}{14}$，$CD=\frac{4\sqrt{17290}}{65}$，$DA=\frac{\sqrt{17290}}{35}$

214　$r'=\frac{3\sqrt{5}-5}{2}$

215　$M_k\left(\frac{-n^{2^k}\vec{a}+m^{2^k}\vec{b}}{m^{2^k}-n^{2^k}}\right)$

216　(1)　0　　(2)　$\frac{3S}{2R^2}$　　(3)　$\frac{2S}{R}$

217　(1)　16　　(2)　16

218　(1)　$\triangle PQR=\frac{1}{2}|(p-q)(q-r)(r-p)\{a(p+q+r)+b\}|$

(2)　$S=\frac{2|(p-q)(q-r)(r-p)|\{3a^2(pq+qr+rp)+2ab(p+q+r)+b^2\}^2}{|\{3a(p+q)+2b\}\{3a(q+r)+2b\}\{3a(r+p)+2b\}|}$

219　$EF=-3\sqrt{6}+\sqrt{30}+2\sqrt{5-\sqrt{5}}$　（≒ 1.45377）

220　略

221　$\triangle PQR=\dfrac{-370\sqrt{7}-143\sqrt{322}-80\sqrt{406}+138\sqrt{602}+88\sqrt{4669}+110\sqrt{6923}+112\sqrt{8729}}{10164}$　（≒ 2.34736）

222　四角形 PQRS −四角形ABCD$=\dfrac{(ac+bd)\{(ab+cd)^2+(ad+bc)^2\}}{4(ab+cd)(ad+bc)}$

223　$f'(a_1)=(a_1-a_2)(a_1-a_3)\cdots(a_1-a_n)$　(2)　$k=2020$，5の因数の個数は，502 個

224　略

225　(1)　$\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\geqq\dfrac{\sin\alpha+\sin\beta}{2}\geqq\sqrt{\sin\alpha\sin\beta}$　（等号は，$\alpha=\beta$ のとき）

(2)　$\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\geqq\dfrac{\cos\alpha+\cos\beta}{2}\geqq\sqrt{\cos\alpha\cos\beta}$　（等号は，$\alpha=\beta$ のとき）

226　$\tan(\alpha+\beta)$

227　$\sqrt{3}$

228　(1)　$EF=2-3\sqrt{3}+2\sqrt{5}-\sqrt{15}+\sqrt{10+2\sqrt{5}}$　（≒ 1.207226）

(2)　$E'F'=5-5\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{15}+(1+\sqrt{3})\sqrt{10+2\sqrt{5}}$　（≒ 8.370000）

229　276 通り

230　(1)　$\dfrac{RS}{2r}$　(2)　$\dfrac{RS}{r}$　(3)　$\dfrac{3S^2-r^3(r+4R)}{4S}$

231　$a=\sqrt{b^2+c^2}$ とおくと，

(1)　$r_1=\dfrac{c(a-c)\{\sqrt{2a(a-c)}-(a-c)\}}{b^2}$　(2)　$r_2=\dfrac{(a-b)\{2a-b-\sqrt{2a(a-c)}\}}{c}$

232　$2n$

233　(1)　404　(2)　$N=74120$

234　$f_n=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\left\{\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n-\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right\}$ とおくと，$a_n=a^{f_{n-2}}\ b^{f_{n-1}}\ c^{f_n-1}$

235　2020

236　$6a+3\sqrt{3}$

237　$6\sin\theta+3\sin2\theta+11\sin3\theta$

238　略

239　$BC=-1-\sqrt{3}+\sqrt{12+10\sqrt{3}}$　(2)　$BD=\dfrac{2\sqrt{15}+\sqrt{165}}{5}$

240　$\overrightarrow{EF}=\dfrac{b+c}{2c}\vec{b}-\dfrac{b+c}{2b}\vec{c}$

241　[1]

(1)　$\overrightarrow{AG}=\dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{3}$　(2)　$\overrightarrow{AH}=\dfrac{(a^2+b^2-c^2)(b^2+c^2-a^2)}{(4S)^2}\vec{b}+\dfrac{(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2)}{(4S)^2}\vec{c}$

(3)　$\overrightarrow{AI}=\dfrac{b\vec{b}+c\vec{c}}{a+b+c}$　(4)　$\overrightarrow{AO}=\dfrac{b^2(c^2+a^2-b^2)}{(4S)^2}\vec{b}+\dfrac{c^2(a^2+b^2-c^2)}{(4S)^2}\vec{c}$　(5)　$\overrightarrow{AI_1}=\dfrac{b\vec{b}+c\vec{c}}{b+c-a}$

[2]

(1)　$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AH}=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{3}$　(2)　$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AI}=\dfrac{(b+c)(b+c-a)}{6}$　(3)　$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AO}=\dfrac{b^2+c^2}{6}$

(4) $\overrightarrow{\mathrm{AG}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AI_1}}=\dfrac{(b+c)(a+b+c)}{6}$　(5) $\overrightarrow{\mathrm{AH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AI}}=\dfrac{(b+c)(b^2+c^2-a^2)}{2(a+b+c)}$

(6) $\overrightarrow{\mathrm{AH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AO}}=\dfrac{(b^2+c^2-a^2)\{a^2(b^2+c^2)-(b^2-c^2)^2\}}{2(4S)^2}$　(7) $\overrightarrow{\mathrm{AH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AI_1}}=\dfrac{(b+c)(b^2+c^2-a^2)}{2(b+c-a)}$

(8) $\overrightarrow{\mathrm{AI}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AO}}=\dfrac{bc(b+c)}{2(a+b+c)}$　(9) $\overrightarrow{\mathrm{AI}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AI_1}}=bc$　(10) $\overrightarrow{\mathrm{AO}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AI_1}}=\dfrac{bc(b+c)}{2(b+c-a)}$

242 略

243 $\dfrac{\text{四角形 }PQRS}{\text{四角形 }ABCD}=\dfrac{(a+c)(b+d)(a+b+c+d)}{2(abc+abd+acd+bcd)}$

244 $11-4\sqrt{5}-2\sqrt{50-22\sqrt{5}}$ （≒0.2596）

245 $\dfrac{pq}{\tan\dfrac{A}{2}}$

246 △ABCの内心

247 台形または円に内接する四角形

248 略

249 略

250 略

（2021/2/28　時岡）